

$$(4) \quad x^2 - (y-1)^2 = \{x + (y-1)\}\{x - (y-1)\}$$

$$= (x+y-1)(x-y+1)$$

$$(5) \quad x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2+1)(x^2-9)$$

$$= (x^2+1)(x+3)(x-3)$$

$$(6) \quad x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2$$

$$= (x^2+4)(x^2-4)$$

$$= (x^2+4)(x+2)(x-2)$$

[練習22]

$$(1) \quad x^2 + xy - 4x - y + 3 = (x-1)y + (x^2 - 4x + 3)$$

$$= (x-1)y + (x-1)(x-3)$$

$$= (x-1)\{y + (x-3)\}$$

$$= (x-1)(x+y-3)$$

$$(2) \quad x^2 + ax - 3a - 9 = (x-3)a + (x^2 - 9)$$

$$= (x-3)a + (x+3)(x-3)$$

$$= (x-3)\{a + (x+3)\}$$

$$= (x-3)(x+a+3)$$

[練習23]

$$(1) \quad x^2 + 3xy + 2y^2 - 2x - 3y + 1$$

$$= x^2 + (3y-2)x + (2y^2 - 3y + 1)$$

$$= x^2 + (3y-2)x + (y-1)(2y-1)$$

$$= \{x + (y-1)\}\{x + (2y-1)\}$$

$$= (x+y-1)(x+2y-1)$$

$$(2) \quad 3x^2 - 5ax + 2a^2 - 3x + a - 6$$

$$= 3x^2 + (-5a-3)x + (2a^2 + a - 6)$$

$$= 3x^2 + (-5a-3)x + (a+2)(2a-3)$$

$$= \{x - (a+2)\}\{3x - (2a-3)\}$$

$$= (x-a-2)(3x-2a+3)$$

[練習24]

$$ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$$

$$= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c)$$

$$= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c)$$

$$= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\}$$

$$= (b-c)(a-b)(a-c)$$

$$= -(a-b)(b-c)(c-a)$$

[p.19 発展 練習1]

$$(1) \quad (x+2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$(2) \quad (x-1)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$(3) \quad (3a+b)^3 = (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2 \cdot b + 3 \cdot 3a \cdot b^2 + b^3$$

$$= 27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 + b^3$$

$$(4) \quad (x-2y)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 - (2y)^3$$

$$= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$$

[p.20 発展 練習2]

$$(1) \quad (x+2)(x^2 - 2x + 4) = (x+2)(x^2 - x \cdot 2 + 2^2) = x^3 + 2^3$$

$$= x^3 + 8$$

$$(2) \quad (x-3)(x^2 + 3x + 9) = (x-3)(x^2 + x \cdot 3 + 3^2) = x^3 - 3^3$$

$$= x^3 - 27$$

$$(3) \quad (x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$$

$$= (x+3y)\{x^2 - x \cdot 3y + (3y)^2\}$$

$$= x^3 + (3y)^3 = x^3 + 27y^3$$

$$(4) \quad (2x-a)(4x^2 + 2ax + a^2)$$

$$= (2x-a)\{(2x)^2 + 2x \cdot a + a^2\} = (2x)^3 - a^3$$

$$= 8x^3 - a^3$$

[p.20 発展 練習3]

$$(1) \quad x^3 - 1 = x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2 + x \cdot 1 + 1^2)$$

$$= (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$(2) \quad x^3 + 27a^3 = x^3 + (3a)^3 = (x+3a)\{x^2 - x \cdot 3a + (3a)^2\}$$

$$= (x+3a)(x^2 - 3ax + 9a^2)$$

$$(3) \quad x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x-4)(x^2 + x \cdot 4 + 4^2)$$

$$= (x-4)(x^2 + 4x + 16)$$

$$(4) \quad 125x^3 - y^3 = (5x)^3 - y^3 = (5x-y)\{(5x)^2 + 5x \cdot y + y^2\}$$

$$= (5x-y)(25x^2 + 5xy + y^2)$$

[練習25]

$$(1) \quad \frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$$

$$(2) \quad \frac{8}{9} = 0.888\cdots = 0.\dot{8}$$

$$(3) \quad \frac{3}{22} = 0.1363636\cdots = 0.1\dot{3}\dot{6}$$

$$(4) \quad \frac{15}{7} = 2.142857142857\cdots = 2.\dot{1}4285\dot{7}$$

[練習26]

$$(1) \quad x = 0.\dot{1} \text{ とおく。}$$

右の計算から

$$\begin{array}{r} 9x = 1 \\ \hline x = \frac{1}{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10x = 1.111\cdots \\ -) \quad x = 0.111\cdots \\ \hline 9x = 1 \end{array}$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{1}{9}$$

$$(2) \quad x = 0.\dot{2}\dot{7} \text{ とおく。}$$

右の計算から

$$\begin{array}{r} 99x = 27 \\ \hline x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 27.272727\cdots \\ -) \quad x = 0.272727\cdots \\ \hline 99x = 27 \end{array}$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

$$(3) \quad x = 0.\dot{6}4\dot{8} \text{ とおく。}$$

右の計算から

$$\begin{array}{r} 999x = 648 \\ \hline x = \frac{648}{999} = \frac{24}{37} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 648.648648\cdots \\ -) \quad x = 0.648648\cdots \\ \hline 999x = 648 \end{array}$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{648}{999} = \frac{24}{37}$$

$$(4) \quad x = 0.2\dot{5}\dot{4} \text{ とおく。}$$

右の計算から

$$\begin{array}{r} 990x = 252 \\ \hline x = \frac{252}{990} = \frac{14}{55} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 254.545454\cdots \\ -) \quad 10x = 2.545454\cdots \\ \hline 990x = 252 \end{array}$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{252}{990} = \frac{14}{55}$$

[練習 2 7]

数の範囲	加法	減法	乗法	除法
自然数	○	×	○	×
整数	○	○	○	×
有理数	○	○	○	○
実数	○	○	○	○

例 自然数の減法 $1-2=-1$

自然数の除法 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

整数の除法 $-3 \div 5 = -\frac{3}{5}$

[練習 2 8]

(1) $|3|=3$ (2) $|-4|=4$ (3) $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$

[練習 2 9]

(1) $|-2+3|=|1|=1$

(2) $|1-5|=|-4|=-(-4)=4$

(3) $3-\pi < 0$ であるから
 $|3-\pi| = -(3-\pi) = \pi-3$

[p. 26 研究 練習 1]

(1) $AB = |5-2| = |3| = 3$

(2) $AB = |-1-3| = |-4| = 4$

(3) $AB = |-6-(-2)| = |-4| = 4$

[練習 3 0]

(1) $\pm\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$, $-\sqrt{\frac{9}{25}} = -\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$

[練習 3 1]

(1) $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$

(2) $\sqrt{2}\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$

(3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$

(4) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{24}{2}} = \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

[練習 3 2]

(1) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = (5-2+1)\sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{72} = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
 $= (1+4-6)\sqrt{2}$
 $= -\sqrt{2}$

[練習 3 3]

(1) $(4\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5})$
 $= 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}\sqrt{5}$
 $= 8 \cdot 2 - 4\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 3 \cdot 5$
 $= 1 + 2\sqrt{10}$

(2) $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
 $= 4 \cdot 3 - 4\sqrt{6} + 2$
 $= 14 - 4\sqrt{6}$

(3) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$

(4) $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 - 5 = 4$

[練習 3 4]

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2) $\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

(4) $\frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

[練習 3 5]

(1) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{2}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}$
 $= \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$
 $= \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{5 - 3}$
 $= \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}$

(3) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - 2} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6} + 2)}{(\sqrt{6} - 2)(\sqrt{6} + 2)}$
 $= \frac{6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}{(\sqrt{6})^2 - 2^2}$
 $= \frac{6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}{6 - 4}$
 $= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

(4) $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$
 $= \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1^2}{(\sqrt{3})^2 - 1^2}$
 $= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} = 2 + \sqrt{3}$

[練習 3 6]

$$x = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$$

$$(1) \quad x+y = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} = \sqrt{7}$$

$$xy = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (\sqrt{7})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

【参考】 x, y それぞれの分母を有理化せずに、直ちに $x+y$ を計算してもよい。

本問では、分母が $\sqrt{7}-\sqrt{5}, \sqrt{7}+\sqrt{5}$ であるから、通分と同時に分母が有理化されるからである。

[練習 3 7]

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$$

$$(1) \quad x+y = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}$$

$$xy = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1$$

$$(2) \quad x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 = 6$$

$$(3) \quad x^2y+xy^2 = xy(x+y) = 1 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

【参考】 x, y それぞれの分母を有理化せずに、直ちに $x+y$ を計算してもよい。

本問では、分母が $\sqrt{2}+1, \sqrt{2}-1$ であるから、通分と同時に分母が有理化されるからである。

[p. 31 発展 練習 1]

$$(1) \quad \sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{(5+2)+2\sqrt{5 \cdot 2}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$(2) \quad \sqrt{12-6\sqrt{3}} = \sqrt{12-2\sqrt{27}} \\ = \sqrt{(9+3)-2\sqrt{9 \cdot 3}} \\ = \sqrt{9-\sqrt{3}} \\ = 3-\sqrt{3}$$

$$(3) \quad \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} \\ = \frac{\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3 \cdot 1}}}{\sqrt{2}} \\ = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

[練習 3 8]

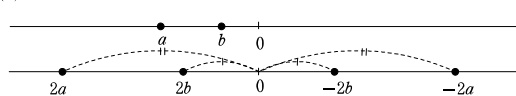
$$(1) \quad 2x+3 \geq 5$$

$$(2) \quad \frac{x}{3}-1 < 4$$

$$(3) \quad -2 < a+b < 0$$

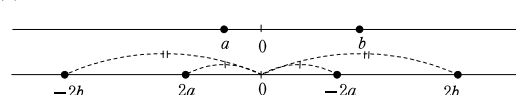
[練習 3 9]

$$(1) \quad a < 0, b < 0$$



図から、「 $a < b$ のとき $2a < 2b, -2a > -2b$ 」が成り立つ。

$$(2) \quad a < 0, b > 0$$



図から、「 $a < b$ のとき $2a < 2b, -2a > -2b$ 」が成り立つ。

[練習 4 0]

(1) $a < b$ の両辺に正の数 3 を掛けても、両辺の大小関係は変わらない。

$$\text{よって} \quad 3a < 3b$$

(2) $a < b$ の両辺に負の数 -3 を掛けると、両辺の大小関係は入れかわる。

$$\text{よって} \quad -3a > -3b$$

[練習 4 1]

(1) $a < b$ の両辺に正の数 2 で割っても、両辺の大小関係は変わらない。

$$\text{よって} \quad \frac{a}{2} < \frac{b}{2}$$

(2) $a < b$ の両辺を負の数 -2 で割ると、両辺の大小関係は入れかわる。

$$\text{よって} \quad \frac{a}{-2} > \frac{b}{-2}$$

[練習 4 2]

(1) $a < b$ の両辺に正の数 4 を掛けると $4a < 4b$

この両辺に同じ数 1 を足すと $4a+1 < 4b+1$

(2) $a < b$ の両辺を正の数 2 で割ると $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$

この両辺から同じ数 3 を引くと $\frac{a}{2}-3 < \frac{b}{2}-3$

(3) $a < b$ の両辺を負の数 -1 を掛けると $-a > -b$

この両辺に同じ数 1 を足すと $1-a > 1-b$

(4) $a < b$ の両辺を負の数 -5 で割ると $-\frac{a}{5} > -\frac{b}{5}$

この両辺に同じ数 2 を足すと $-\frac{a}{5}+2 > -\frac{b}{5}+2$

[練習 4 3]

$$(1) \quad \text{移項すると} \quad 5x-2x < 4+2$$

$$\text{整理すると} \quad 3x < 6$$

$$\text{両辺を 3 で割って} \quad x < 2$$

$$(2) \quad \text{移項すると} \quad 6x-8x \geq 7+3$$

$$\text{整理すると} \quad -2x \geq 10$$

$$\text{両辺を } -2 \text{ で割って} \quad x \leq -5$$

- (3) $2(4x-1) > 5x-11$ より $8x-2 > 5x-11$
 移項すると $8x-5x > -11+2$
 整理すると $3x > -9$
 両辺を3で割って $x > -3$
- (4) $3(3-2x) \leq 4-3x$ より $9-6x \leq 4-3x$
 移項すると $-6x+3x \leq 4-9$
 整理すると $-3x \leq -5$
 両辺を-3で割って $x \geq \frac{5}{3}$

[練習44]

- (1) 両辺に14を掛けると

$$14\left(\frac{1}{2}x-1\right) \leq 14\left(\frac{2}{7}x+\frac{1}{2}\right)$$

すなわち $7x-14 \leq 4x+7$

移項して整理すると $3x \leq 21$

よって $x \leq 7$

- (2) 両辺に12を掛けると

$$12\left(\frac{1}{3}x+1\right) < 12\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)$$

すなわち $4x+12 < 9x-6$

移項して整理すると $-5x < -18$

よって $x > \frac{18}{5}$

[練習45]

- (1) $6x-9 < 2x-1$ から $4x < 8$

よって $x < 2$ ……①

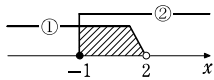
$3x+7 \leq 4(2x+3)$ から $3x+7 \leq 8x+12$

整理すると $-5x \leq 5$

よって $x \geq -1$ ……②

①と②の共通範囲を求め

て $-1 \leq x < 2$



- (2) $3x+1 \geq 7x-5$ から $-4x \geq -6$

よって $x \leq \frac{3}{2}$ ……①

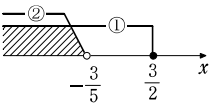
$-x+6 < 3(1-2x)$ から $-x+6 < 3-6x$

整理すると $5x < -3$

よって $x < -\frac{3}{5}$ ……②

①と②の共通範囲を求め

て $x < -\frac{3}{5}$



[練習46]

$$\begin{cases} 3x < x+12 \\ x+12 < 2x+8 \end{cases}$$

$3x < x+12$ から $2x < 12$

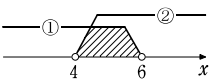
よって $x < 6$ ……①

$x+12 < 2x+8$ から $-x < -4$

よって $x > 4$ ……②

①と②の共通範囲を求め

て $4 < x < 6$



[練習47]

不等式を整理すると $-7n \leq -100$

よって $n \geq \frac{100}{7} = 14.2\dots$

これを満たす最小の自然数 n は $n=15$

[練習48]

不等式を整理すると $-3n > -32$

よって $n < \frac{32}{3} = 10.6\dots$

これを満たす最大の自然数 n は $n=10$

[練習49]

菓子Aを x 個買うとすると、菓子Bは $(30-x)$ 個買うことになる。

このとき、菓子代と箱代の合計金額は

$$120x + 80(30-x) + 100 \text{ (円)}$$

これが3000円以下であるから

$$120x + 80(30-x) + 100 \leq 3000$$

整理すると $40x \leq 500$

よって $x \leq \frac{500}{40} = 12.5$

これを満たす最大の整数 x は $x=12$ ㊦ 12個

[練習50]

案内状を x 部作るとする。 $x > 100$ のとき

A店の制作費は $5000 + 40(x-100) = 40x + 1000$ (円)

B店の制作費は $4500 + 43(x-100) = 43x + 200$ (円)

よって $40x + 1000 < 43x + 200$

$$-3x < -800$$

$$x > \frac{800}{3} = 266.6\dots$$

これを満たす最小の整数 x は $x=267$

㊦ 267部以上

[練習51]

- (1) $x = \pm 2$ (2) $-5 < x < 5$ (3) $x \leq -4, 4 \leq x$

[練習52]

(1) $|x+4|=2$ から $x+4 = \pm 2$

よって $x = -2, -6$

(2) $|x+1| < 1$ から $-1 < x+1 < 1$

各辺から1を引いて $-2 < x < 0$

(3) $|x-2| \geq 1$ から $x-2 \leq -1, 1 \leq x-2$

よって $x \leq 1, 3 \leq x$

(4) $|2x-3|=1$ から $2x-3 = \pm 1$

よって $x=2, 1$

(5) $|3x-2| \leq 4$ から $-4 \leq 3x-2 \leq 4$

各辺に2を足して $-2 \leq 3x \leq 6$

よって $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$

(6) $|2x+5| > 2$ から $2x+5 < -2, 2 < 2x+5$

すなわち $2x < -7, -3 < 2x$

よって $x < -\frac{7}{2}, -\frac{3}{2} < x$