

因数分解の工夫

for A

教科書 P24~28

6 いろいろな因数分解

おきかえの工夫

例題

11

$(x+y)^2 + 4(x+y) + 3$ を因数分解せよ。

考え方

$x+y$ を A でおきかえて因数分解する。

解答

$x+y = A$ とおくと

$$\begin{aligned} (x+y)^2 + 4(x+y) + 3 &= A^2 + 4A + 3 = (A+1)(A+3) \\ &= (x+y+1)(x+y+3) \end{aligned}$$

A を $x+y$ に
もどす

式の中に同じ部分があるときは A とおく

練習

22

次の式を因数分解せよ。

(1) $(x+y)^2 + 5(x+y)$

(2) $(x+y)^2 - 7(x+y) + 12$

(3) $(x-y)^2 - 2(x-y) - 15$

(4) $(x-3y)^2 - 4$

項の組み合わせの工夫

例題

12

$x^2 + 4x + 4 - y^2$ を因数分解せよ。

解答

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 - y^2 &= (x^2 + 4x + 4) - y^2 \\ &= (x+2)^2 - y^2 \\ &= \{(x+2) + y\} \{(x+2) - y\} \\ &= (x+y+2)(x-y+2) \end{aligned}$$

$x+2 = A$ とおくと

$$A^2 - y^2$$

$$= (A+y)(A-y)$$

y は
ここだけ

x の式
「 $x^2 + 4x + 4$ 」の部分だけ
先に因数分解

練習

23

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 6x + 9 - y^2$

(2) $x^2 - 2x + 1 - 4y^2$

(3) $x^2 - y^2 + 2y - 1$

(4) $x^2 - 4y^2 + 4y - 1$

24 第1章 数と式

$$\begin{aligned} \text{公式} \quad a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a-b)^2 \\ a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \end{aligned}$$

1つの文字に着目して整理する

例題
13

次の式を因数分解せよ。

$$a^2 + ab - a - 3b - 6$$

考え方

a, b のうち、次数の低い方の文字 b に着目して式を整理する。

解答

$$\begin{aligned} a^2 + ab - a - 3b - 6 &= (a-3)\underline{b} + (a^2 - a - 6) \\ &= (a-3)b + (a+2)(a-3) \\ &= (a-3)\{b + (a+2)\} \\ &= (a-3)(a+b+2) \end{aligned}$$

Handwritten notes:
 - "少ない文字で" (fewer characters)
 - "<くるとよい" (it's good to do this)
 - "↑ b が<くる" (↑ b comes)
 - "⇒だけ 因数分解" (⇒ just factor)
 - " $(a-3)$ を<くる" (bring $(a-3)$)

$a-3 = A$ とおくと
 <2行め> $= Ab + (a+2)A$
 $= A\{b + (a+2)\}$

練習
24

次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2 + ab + a + 2b - 2$

(2) $b^2 + ab + 4a - 16$

例題
14

次の式を因数分解せよ。

$$2x^2 + 3xy + y^2 - 5x - 3y + 2$$

考え方

$2x^2 + (y$ の1次式) $x + (y$ の2次式)の形に整理する。

解答

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3xy + y^2 - 5x - 3y + 2 &= 2x^2 + (3y-5)x + (y^2 - 3y + 2) \\ &= 2x^2 + (3y-5)x + (y-1)(y-2) \\ &= \{x + (y-2)\}\{2x + (y-1)\} \\ &= (x+y-2)(2x+y-1) \end{aligned}$$

Handwritten notes:
 - "xの多い項から" (from the term with more x)
 - "順に並べる" (arrange in order)
 - "⇒だけ 因数分解" (⇒ just factor)
 - "ついて整理" (arrange along with it)

式全体をみて「たすきがけ」
 $2x^2 + (3y-5)x + (y-1)(y-2)$
 $\begin{matrix} 1 & \times & y-2 \rightarrow 2y-4 \\ 2 & \times & y-1 \rightarrow y-1 \\ & & \hline & & 3y-5 \end{matrix}$
 $= \{x + (y-2)\}\{2x + (y-1)\}$

練習
25

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + (2y+1)x + (y+2)(y-1)$

(2) $x^2 + 3xy + 2y^2 + x - y - 6$

(3) $2x^2 + 3xy + y^2 - 9x - 7y + 10$

式が変わっても解き方の流れは同じです。
 その「タイミング」で何をするかを押さえ活用すると。

<展開の公式>

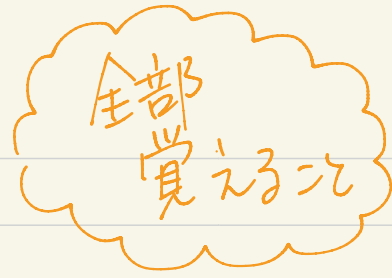
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$



<因数分解の公式>

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

これらを覚えて代入すれば教科書p27, 28が解けます。